

Образовательная программа курса

“Дружим с математикой”

для учащихся 6 класса

Пояснительная записка.

*Не бойтесь математики – она хороша уже тем, что из неё
легко переходить в другие профессии, и все приобретённые
навыки оказываются полезными почти в любом деле.*

Известно, что человек некультурный, питается, как придётся, а культурный сначала приготовит пищу. Так и некультурный математик решает задачу, как придётся, а культурный математик “приготовит” задачу, т.е. преобразует её к удобному для решения виду, чтобы задача решалась красиво и легко. Приготовление задачи может состоять в переформулировке условия на более удобном языке (например, на языке графов), отщеплении простых случаев, сведении общего случая к частному. Чтобы научиться решать логические задачи, необходимо знать способы решения таких задач. Не надо стремиться решать много таких задач. Две – три хорошо продуманные задачи – это намного лучше десяти поверхностно решённых. Важно не количество решённых задач, а то новое, что удаётся понять. Если у ребят после решения хорошей задачи поднимается настроение – это признак успешной работы.

Успешность изучения курса математики в значительной мере зависит от того, какими средствами и методами ведётся обучение. Опыт показывает, что одним из важнейших средств интенсификации обучения математике является эффективная организация и управление поисковой деятельностью школьников в процессе решения различных математических задач и упражнений.

Тема кружка “*Решение логических задач*” примыкает к основному курсу, углубляя отдельные вопросы. Вся программа пронизана одной линией: решением нестандартных задач. Материал рассчитан на учащихся 5-6-го класса.

Цель кружка: развивать логические способности учащихся через решение нестандартных задач, прививать интерес к предмету, вводить новые методы решения текстовых задач.

В нынешнее современное время остро встаёт вопрос о развитии математической культуры школьников. Программа охватывает вопросы, которые не входят в основную программу школьного курса, но необходимы в дальнейшем и соответствуют возрасту учащихся.

Задачи:

- Создать в совокупности с основными разделами курса базу для развития способностей учащихся
- Способствовать привитию навыков самостоятельной работы
- Стимулировать интерес к предмету, развивать чувство солидарности и здорового соперничества при подготовке к математическим олимпиадам и участию в них

Умения и навыки, формируемые в процессе обучения:

- Специальные:
 - знать и уметь пользоваться методами решения задач, в том числе методом “с конца”, решать задачи на раскраску, на “бассейн”, на движение, на части.
 - решать неопределённые уравнения, уравнения в целых числах
 - уметь применять признаки делимости
 - уметь самостоятельно придумывать задачи по темам
 - освоить метод графов для решения комбинаторных задач
- Общедеятельностные:
 - ориентироваться в дополнительной литературе
 - работать с литературой
 - приобрести навыки самостоятельной работы
- Интеллектуальные:

Уметь:

 - наблюдать
 - сравнивать
 - анализировать
 - делать выводы
 - обобщать знания.

Результат: Проведение факультатива даёт положительный результат. Выросло качество знаний учащихся, повысился общий уровень математической культуры учащихся, улучшаются результаты итоговых работ и олимпиад.

Программа рассчитана на 34 часа.

Вид курса: предметный.

Форма занятий: практическая работа

Форма контроля: Тест на итоговом занятии “Прощай, математика!”.

Содержание программы.

Программа состоит из 4 больших тем:

1. Признаки делимости (7 часов)

Рассматриваются методические подходы к решению задач на признаки делимости, вводятся признаки делимости на 11, 19, 25(с доказательством). Особое внимание следует уделить задачам на остатки, так как в программном материале таких задач практически нет.

Решение логических задач (15 часов)

В данной теме предлагаются различные методы решения нестандартных задач: метод “с конца”, задачи на раскраску, метод уравнивания. Много времени отводится задачам на дроби, водится формула сложных процентов. Для привития интереса к предмету разбираются секреты математических фокусов. Решение задач является средством обучения и средством развития интеллектуальных качеств учащихся, имеет большую практическую направленность, вызывает интерес учащихся.

2. Геометрическая смесь (3 часа)

Геометрия представлена в данном курсе задачами на разрезание и построением фигур одним росчерком пера. Учащиеся впервые встречаются с таким разделом математики, как топология, знакомятся с признаками вычерчивания фигур одним росчерком.

3. Комбинаторные задачи и решение уравнений (8 часов)

Комбинаторные задачи являются новыми для учащихся. Рассматриваются способы решения таких задач (метод перебора, дерево возможных вариантов, графы, способ сложения). Вводится понятие факториала. Уделяется внимание на решение задач с помощью уравнений в целых числах, рассматриваются неопределённые уравнения.

4. Итоговое занятие “Прощай, математика!”.

Поурочное планирование.

№ п/п	Тема	Цель	Используемый материал	Дата
Признаки делимости (7 часов)				
1	Решение задач	Рассматриваются методические подходы к решению задач на признаки делимости, вводятся признаки делимости на 11, 19, 25(с доказательством). Особое внимание следует уделить задачам на остатки, так как в программном материале таких задач практически нет.	Задачи из методического пособия стр 8-9.	
2	Признаки делимости на 3 и на 9 (с доказательством)		Задачи из методического пособия стр 10	
3	Признаки делимости		Задачи из методического пособия стр 11.	
4-5	Решение задач с использованием признаков делимости		Задачи из методического пособия стр 12.	
6	Остатки		Задачи из методического пособия стр 13.	
7	Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное		Задачи из методического пособия стр 14.	
Решение логических задач (15 часов)				
8	Задачи на движение	В данной теме предлагаются различные методы решения нестандартных задач: метод “с конца”, задачи на раскраску, метод уравнивания. Много времени отводится задачам на дроби, водится формула сложных процентов. Для привития интереса к	Задачи из методического пособия стр 15.	
9	Задачи на части		Задачи из методического пособия стр 16.	
10-11	Решение задач на все действия с дробями		Задачи из методического пособия стр 17.	

12	Подсчёт среднего арифметического	предмету разбираются секреты математических фокусов. Решение задач является средством обучения и средством развития интеллектуальных качеств учащихся, имеет большую практическую направленность, вызывает интерес учащихся.	Задачи из методического пособия стр 18.	
13	Задачи на проценты		Задачи из методического пособия стр 19.	
14	Решение задач методом “с конца”		Задачи из методического пособия стр 20.	
15	Задачи на раскраску		Задачи из методического пособия стр 21.	
16	Секреты арифметических фокусов		Задачи из методического пособия стр 22-23.	
17	Решение олимпиадных задач		Задачи из методического пособия стр 24-25.	
18-19	Решение алгебраических задач		Задачи из методического пособия стр 26-27	
20	Десятичная запись натурального числа		Задачи из методического пособия стр 28-29.	
21	Задачи на нахождение чисел-великанов		Задачи из методического пособия стр 30-31.	
22	Задачи на “бассейн”		Задачи из методического пособия стр 32.	
Геометрическая смесь (3 часа)				
23	Геометрические задачи на разрезание	Геометрия представлена в данном курсе задачами на разрезание и построением	Задачи из методического пособия стр 33.	

24	Геометрические задачи на разрезание	фигур одним росчерком пера. Учащиеся впервые встречаются с таким разделом математики, как топология, знакомятся с признаками вычерчивания фигур одним росчерком.	Задачи из методического пособия стр 33.	
25	Построение фигур одним росчерком пера		Задачи из методического пособия стр 34.	
Комбинаторные задачи и решение уравнений(8 часов)				
26	Факториалы	Комбинаторные задачи являются новыми для учащихся. Рассматриваются способы решения таких задач (метод перебора, дерево возможных вариантов, графы, способ сложения). Вводится понятие факториала. Уделяется внимание на решение задач с помощью уравнений в целых числах, рассматриваются неопределённые уравнения.	Задачи из методического пособия стр 35-36.	
27	Решение уравнений в целых числах		Задачи из методического пособия стр 37.	
28	Неопределённые уравнения		Задачи из методического пособия стр 38.	
29-30	Решение комбинаторных задач с помощью графов и способом сложения		Задачи из методического пособия стр 39-40.	
31-32-33	Решение логических задач		Задачи из методического пособия стр 41-42.	
34	Итоговое занятие “Прощай, математика!”			

Методические рекомендации
по использованию задач повышенной трудности
в процессе изучения математики.

Опыт работы показывает, что задачи повышенной сложности целесообразно распределять на весь год по всем изучаемым темам. Процесс обучения решению логических задач должен быть непрерывным. Занятия факультатива, 1 раз в неделю, конечно, недостаточно. Поэтому, необходимо предлагать учащимся решать задачи и дома. Хорошим стимулом для решения задач является проведение районных и школьных математических олимпиад.

Не все ученики в классе сразу справляются с предложенными задачами. Но у них есть желание, они стремятся добиться успеха. С такими учащимися нужна индивидуальная работа, которая позволит выяснить, какие затруднения испытывали учащиеся при решении задач, и наметить пути преодоления этих затруднений, чтобы ребята не потеряли веру в свои силы.

Нельзя задавать для решения дома трудные задачи одним и тем же ученикам хорошо успевающим по математике. В этом случае можно не заметить способных ребят, оттолкнуть от занятий математикой других школьников. Я пришла к выводу, что целесообразно предлагать всем своим ученикам по одной логической задаче каждый день в домашнем задании. На следующем уроке задача должна быть обязательно разобрана, рассмотрены все способы её решения. Необходимо поддерживать все начинания ребят, искать рациональные методы решения. Опыт показывает, что даже при решении несложной логической задачи учащиеся очень много времени тратят на рассуждения о том, с чего начать. Учитель должен в этой ситуации умело направить школьника в нужное русло, но оставить при этом ему разумную долю самостоятельной работы, которая позволит развить математическое чутьё, накопить опыт, который в дальнейшем поможет находить пути к решению новых задач.

Задачи, предложенные в данном факультативе, довольно разнообразны и по содержанию, и по форме, и по учебно-воспитательным функциям. Задач подобрано больше, чем учащиеся смогут решить, поэтому остальные задачи можно предлагать домой для решения в течение недели до следующего факультативного занятия.

Трудность многих задач определяется не столько математическим содержанием, сколько новизной и необычностью математической ситуации. Особенностью многих задач является то, что при решении первым добиться успеха сможет необязательно самый лучший “математик” в классе. Такой успех нередко служит побудительным толчком для серьёзного отношения к математике.

Как уже выше сказано, необходимо рассматривать все способы решения задач. Полезнее одну задачу решить несколькими способами (не жалея времени), чем множество других, более простых. Важно поощрять поиск различных методов решения задач, а не навязывать своё решение. Нужно обязательно рассматривать общие методы решения задач. В основном, придя в 5 класс, ребята знают только один способ – способ

подбора и всегда очень удивляются, что кроме этого метода существует ещё множество других. Надо учить школьников находить более простое решение, исходя из условий задачи. Особое внимание следует обращать на решение задач арифметическим способом (особенно после того, как учащиеся научатся решать задачи с помощью уравнений), так как именно решение задач арифметическим способом способствует развитию независимости, оригинальности мышления, изобретательности.

Целесообразно как можно чаще использовать задачи, позволяющие показать тесную взаимосвязь теории и практики: учащимся весьма интересно и полезно видеть, как из практической задачи возникает теоретическая и как “чисто” теоретической задаче можно придать практическую форму.

Среди задач, разработанных в данной программе, есть задачи на смекалку, исторические, задачи – шутки, задачи в стихах, которые вызывают оживление при работе, пробуждают у ребят “вкус” к умственной работе.

Особое внимание следует обратить на привитие учащимся навыков в решении комбинаторных задач. Полезно разобрать тему “Факториалы”, а вслед за ней заняться решением неопределённых уравнений и уравнений в целых числах.

Успехи ребят в решении логических задач во многом зависят от педагогического мастерства учителя, его личности. Доброжелательность, внимание учителя способствуют развитию интереса к предмету. За неумение решать задачи повышенной сложности оценка учащимся не должна снижаться. Очень важно воспитывать у учеников веру в свои силы на ранней стадии обучения. В результате решения трудных задач у школьников появляется уверенность в своих силах, они стараются учиться лучше, радуют своими знаниями и учителей и родителей.

Дидактический материал для учащихся.

Решение задач.

1. Шифр замка – автомата – семизначное число, три первые цифры которого одинаковые, остальные цифры тоже одинаковые. Сумма всех этих цифр числа – число двузначное, первая цифра которого совпадает с первой цифрой шифра, а последняя – с последней.
2. Существует ли трёхзначное число, которое уменьшается втрое от перестановки его начальной цифры в конец числа?
3. Найдите число, сумма цифр которого равна разности между 328 и искомым числом?
4. На доске написано 2 одинаковых двузначных числа. К одному из них слева приписали 100, а к другому – справа 1, в результате чего первое число стало в 37 раз больше второго. Какие числа были записаны?
5. Сумма уменьшаемого, вычитаемого и разности равна 1024. Найти уменьшаемое, вычитаемое и разность, если разность меньше вычитаемого на 88.
6. На тропинке вдоль кустов
Шло 11 хвостов.

Насчитать я также смог,
Что шагало 30 ног.

Это вместе шла куда-то
Индюки и жеребята.

А теперь вопрос таков
Сколько было индюков?

Спросим так же у ребят
Сколько было жеребят?
7. Журнал состоит из 16 вложенных друг в друга двойных листов. На каком двойном листе сумма чисел, обозначающих номера страниц, наибольшая?

Признаки делимости на 3, 9, 11, 19.

1. Докажите, что число ХАХАХА делится на 7, если в нём буквами Х и А обозначены любые цифры (одинаковые цифры – одинаковыми буквами)
2. Возьмите два любых трёхзначных числа, не делящихся на 37, но таких, чтобы их сумма делилась на 37. приписав одно из таких чисел к другому, получится шестизначное число. Проверьте, делиться ли оно на 37. Докажите.
3. Найдите цифры сотен и единиц числа $72*3*$, если число делится на 45 без остатка.
4. Если к любому двузначному числу справа приписать число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке, то получим четырёхзначное число, делящееся на 11 без остатка. Докажите это.
5. Если из задуманного трёхзначного числа вычесть 7, то полученная разность делится на 7, если вычесть 8, то полученная разность делится на 8, если вычесть 9, то полученная разность делится на 9. Какое наименьшее из возможных чисел задумано?
6. Когда за альбом стоимостью 6 рублей, книгу стоимостью 12 рублей, 9 коробок цветных карандашей и 15 линеек кассир выбил чек на 22р 85 к, то покупатель, не зная стоимости карандашей и линеек, сразу заметил, что кассир ошибся. Какое он имел на это основание?
7. Если сумма первой и второй цифр трёхзначного числа, у которого одинаковые цифры сотен и единиц делится на 7, то и само число делится на 7. Докажите это.
8. Жили - были дед да баба. Была у них курочка Ряба. Курочка несёт каждое второе яичко простое, а каждое третье золотое. Может ли такое быть?
9. Акробат и собачонка

Везят 2 пустых бочонка.

Шустрый пёс без акробата

Весит 2 мотка шпагата.

А с одним мотком ягнёнок

Весит – видите – бочонок.

Сколько весит акробат

В пересчёте на ягнят?

10. Придумайте признак делимости на 25.

Признаки делимости.

1. Ковбой Джо зашёл в бар и попросил бутылку сока за 3 доллара, трубку за 6 долларов, 3 пачки табака и 9 коробок непромокаемых спичек, цену которых он не знал. Бармен потребовал 11 долларов 80 центов, на что Джо вытащил револьвер. Бармен сосчитал снова и исправил ошибку. Как Джо догадался, что бармен его обсчитал?
2. К числу 15 припишите слева и справа по одной цифре так, чтобы полученное число делилось на 15.
3. Найти четырёхзначные числа, которые делятся на 45, а две средние цифры у них 97.
4. К числу 43 справа и слева припишите по одной цифре так, чтобы число делилось на 45.
5. Найти цифры x и y пятизначного числа $42x4y$, если известно, что это число делится на 72.
6. Когда трёхзначное число, две первые которого одинаковы, а третья равна 5, разделили на однозначное число, то в остатке получилось 8. Найти делимое, делитель, частное.
7. Найдите среди чисел вида $3a + 1$ первые три числа, которые кратны 5.
8. Доказать, что из любых трёх целых чисел можно найти два, сумма которых – чётное число.
9. Коля и Петя купили одинаковые беговые лыжи. Сколько стоит одна пара лыж, если Петя уплатил стоимость лыж трёхрублёвыми ассигнациями, Коля – пятирублёвыми, а всего они дали в кассу меньше 10 ассигнаций?
10. В корзине лежит меньше 100 яблок. Их можно разделить поровну между двумя, тремя или пятью детьми, но нельзя разделить поровну между четырьмя детьми. Сколько яблок в корзине?
11. Докажите, что числа, запись которых состоит из трёх одинаковых цифр, делится и на 3, и на 37.
12. Докажите, что сумма четырёх последовательных нечётных чисел делится на 8.
13. Найти наименьшее число, которое делится на 41, а при делении на 39 даёт остаток 24.
14. В двузначном числе зачеркнули цифру, и оно уменьшилось в 31 раз. Какую цифру и в каком числе зачеркнули?

Решение задач с использованием признаков делимости.

1. Написали подряд два раза трёхзначное число (например, 548548). Докажите, что полученное число делится на 7, 11, 13.
2. Написали подряд три раза двузначное число (например, 737373).
3. Докажите, что полученное число делится на 3, 7, 13, 37.
4. Докажите, что число записанное шестью одинаковыми цифрами, делится на 3, 7, 11, 13, 37.
5. Найти натуральные числа, дающие при делении на 2, 4, 5, 6 остаток 1, и, кроме того, делящиеся на 7.
6. Найти число, которое при делении на 2 даёт в остатке 1, при делении на 3 даёт в остатке 2, при делении на 4 даёт в остатке 3, при делении на 5 даёт остаток 4.
7. Докажите, что сумма двух последовательных нечётных чисел кратна 4.
8. Докажите, что два натуральных числа a и b обладают следующим свойством: либо a , либо b , либо $a + b$, либо $a - b$ делятся на 3.
9. Возьмите произвольно 3 различные цифры, кроме 0. Составьте из них всевозможные трёхзначные числа, сложите их и полученную сумму разделите на сумму первоначально взятых цифр. В результате получится 222. Почему?
10. Найти среди чисел вида $3n + 1$ три числа, которые кратны пяти.
11. Цифры трёхзначного числа записаны в обратном порядке и из большего вычли меньшее. Докажите, что разность делится на 9.
12. Может ли сумма четырёх последовательных натуральных чисел быть простым числом?
13. Может ли существовать прямоугольный параллелепипед, длины рёбер которого натуральные числа, а площадь поверхности простое число?
14. Найти все числа, при делении которых на 7 в частном получится тоже число, что и в остатке.
15. Сколько делителей у числа $3 \cdot 5$?
16. Возьмите трёхзначное число. Запишите цифры в обратном порядке, получится ещё одно трёхзначное число. От большего числа отнимите меньшее. Последнюю цифру разности скажите мне, и я назову разность. Почему так?

Остатки.

1. При делении некоторого числа на 13 и 15 получились одинаковые остатки, но первое деление было с остатком 8, а второе деление без остатка. Найдите это число.
2. Найти все числа, при делении которых на 7 в частном получится то же число, что и в частном.
3. Показать, что среди шести любых целых чисел найдутся два, разность которых делится на 5.
4. При делении на 2 число даёт остаток 1, а при делении на 3 – остаток 2. какой остаток даёт это число при делении на 6?
5. Некто привёз на базар огурцы. Когда он стал считать их десятками, то не хватило двух огурцов до полного числа десятков. Когда он стал считать их дюжинами, то осталось 8 огурцов. Сколько огурцов было привезено, если их было больше 300, но меньше 400?
6. Найти наименьшее натуральное число, если известно, что при делении на 2 оно даёт в остатке 1, при делении на 3 даёт остаток 2, при делении на 4 даёт остаток 3, при делении на 5 даёт остаток 4, при делении на 6 даёт остаток 5, а при делении на 7 делится нацело.
7. Учеников трёх классов повели на экскурсию. Когда захотели построить их парами, то оказалось, что при этом один ученик остался без пары. Когда хотели построить их тройками и четвёрками, то тоже остался один ученик. Только когда построили всех пятёрками, не осталось ни одного ученика, вне строя. Сколько было учеников?
8. Пятеро ребят с помощью считалочки выбирают водящего для игры. По правилам, тот, на кого падает последнее слово, выходит из круга, и счёт возобновляется без него. Какое наименьшее число слов может содержать считалочка, чтобы считающий, начиная в каждом круге от себя, оказался водящим?

НОД. НОК.

1. НОК двух чисел 360, а частные от деления этих чисел на их наибольший делитель соответственно равны 3 и 5. Найдите это числа.
2. Ученики двух классов купили 737 учебников. Каждый купил одинаковое количество книг. Сколько было школьников, и сколько учебников купил каждый из них?
3. Мимо ж/д станции за известный промежуток времени прошли три поезда. В первом поезде было 418 пассажиров, во 2м – 494, в 3м – 456. Узнать сколько вагонов в каждом поезде, если известно, что в каждом вагоне по одинаковому числу пассажиров и число их наибольшее из возможных.
4. На складе имеется больше 300, но меньше 400 ножей и вилок. Если ножи и вилки считать десятками и дюжинами, то в обоих случаях получается целое число десятков и целое число дюжин. Сколько ножей и вилок на складе, если ножей на 160 меньше, чем вилок?
5. Отец и сын решили измерить шагами расстояние между двумя деревьями, решив идти одновременно от одного и того же дерева. Длина шага отца 70 см, сына 56 см. Найти расстояние между деревьями, если известно, что следы их совпали 10 раз.
6. Мальчик и девочка измерили одно и то же расстояние в 143 метра шагами, 20 раз их шаги совпали. Шаг девочки 55 см. Найти длину шага мальчика.

Задачи на “движение”.

1. Однажды утром, с восходом солнца, альпинист начал восхождение на высокую гору. Узкая тропа вилась серпантином по склону горы к её вершине. Альпинист шёл по тропе с разной скоростью; он часто останавливался, чтобы отдохнуть. К вершине он подошёл незадолго до захода солнца. На следующий день альпинист пустился в обратный путь по той же тропе. Он вышел на рассвете и опять спускался с неодинаковой скоростью, много раз отдыхая по дороге. Средняя скорость спуска, конечно, превышала среднюю скорость подъёма. Докажите, что на тропе есть такая точка, которую альпинист во время спуска и подъёма проходил в одно и тоже время суток.
2. От пункта А до пункта В 15 км. Из А в В в 9 часов 30 мин отправился пешеход, идущий со скоростью 4 км/ч. На следующий день в 11 часов он отправился в обратный путь и шёл со скоростью 5 км/ч. Оба раза он проходил по мосту, находящемуся на этой дороге, в одно и тоже время. Определить показания часов при прохождении пешеходом моста.
3. Между городом А и В через возвышенность ходит автобус. При подъёме на возвышенность он идёт со скоростью 25 км/ч, а при спуске – со скоростью 50 км/ч. От А до В автобус идёт 3,5 км/ч, а от В до А - 4 часа. Найти расстояние между городами А и В.
4. Инженер ежедневно приезжает поездом на вокзал в 8 часов утра. Точно в 8 ч к вокзалу подъезжает автомобиль и отвозит инженера на завод. Однажды инженер приехал на вокзал в 7 часов утра и пошёл навстречу машине. Встретив машину, он сел в неё и приехал на завод на 20 мин раньше, чем обычно. Определить показание часов в момент встречи инженера с машиной.
5. Путешественник должен пересечь пустыню. Его путь равен 80 км. За день он проходит 20 км и может нести запас пищи и воды на 3 дня. Поэтому он должен делать промежуточные станции и создавать на них запасы пищи и воды. За сколько дней он сможет пересечь пустыню?
6. Дорога от школы до дома занимает у Пети 20 мин. Однажды по дороге в школу он вспомнил, что оставил дома ручку. Петя знал, что если он продолжит путь в школу с той же скоростью, то придёт за 8 мин до звонка, а если вернётся за ручкой, то, двигаясь с той же скоростью, опоздает к началу урока на 10 мин. Какую часть пути он прошёл?

Задачи на части.

1. Когда велосипедист проехал $\frac{2}{3}$ пути, лопнула шина. На остальной путь пешком он затратил вдвое больше времени, чем на езду на велосипеде. Во сколько раз велосипедист ехал быстрее, чем шёл пешком?
2. Половину пути лошадь шла порожняком со скоростью 12 км/ч. Остальной путь она шла с возом со скоростью 4 км/ч. Какова средняя скорость лошади, т.е. с какой постоянной скоростью ей нужно было двигаться, чтобы на весь путь потратить такое же количество времени?
3. Два крестьянина вышли из деревни в город. Когда прошли $\frac{1}{3}$ пути, они сели отдохнуть. “Сколько нам ещё осталось идти?” – спросил один у другого. “Нам осталось на 12 км больше, чем мы прошли” – был ответ. Каково расстояние между городом и деревней?
4. Когда пассажир проехал половину всего пути, то лёг спать и спал до тех пор, пока не осталось ехать половину того пути, что он проехал спящим. Какую часть пути он проехал спящим?
5. Токари, Володя и Петя, получив от мастера по одному наряду на изготовление партии товара, хотели выполнить свои задания одновременно. Через некоторое время оказалось, что Петя сделал лишь половину того, что осталось сделать Володе. А Володе осталось сделать половину того, что он уже сделал. Во сколько раз теперь должен был бы увеличить дневную норму Петя по сравнению с Володиёй, чтобы одновременно с ним успеть выполнить свой наряд?
6. На полках стоят книги. На нижней полке книг в 2 раза меньше, чем на двух остальных, на средней – в 3 раза меньше, чем на остальных двух, а на верхней полке стоит 30 книг. Сколько всего книг на 3-х полках?
7. В двух мешках находится 140 кг муки. Если из первого мешка переложить во второй $\frac{1}{8}$ часть муки, находящейся в первом мешке, то в обоих мешках муки будет поровну. Сколько кг муки в каждом мешке?
8. Я отпил $\frac{1}{6}$ часть чашечки чёрного кофе и долил её молоком. Затем я отпил $\frac{1}{3}$ чашки и снова долил молоком. Потом я выпил ещё полчашки и снова долил её молоком. Наконец я выпил чашку. Что я выпил больше: кофе или молока?

9. В классе число отсутствующих учеников составляет $\frac{1}{6}$ часть от числа присутствующих. После того как вышел 1 ученик, число отсутствующих стало равно $\frac{1}{5}$ числа присутствующих. Сколько учеников в классе?
10. В классе учатся меньше 50 учеников. За контрольную работу $\frac{1}{7}$ учеников получили пять, $\frac{1}{3}$ – четыре, $\frac{1}{2}$ – три, остальные – два. Сколько всего учеников получили оценку два?
11. На собрании присутствуют 80 школьников. $\frac{1}{3}$ из них девочки, половина которых учится в 6 классе. Из присутствующих мальчиков $\frac{5}{7}$ не учатся в 6 классе. Сколько учащихся 6 класса присутствуют на собрании?
12. Школьник прочитал книгу за три дня. В первый день он прочитал 0,2 всей книги и ещё 16 страниц, во второй день – 0,3 остатка и ещё 20 страниц, в третий день – 0,75 нового остатка и последние 30 страниц. Сколько страниц в книге?
13. Решив все сбережения поделить поровну между своими сыновьями, некто составил завещание: "Старший из моих сыновей должен получить 1000 руб. и $\frac{1}{8}$ часть остатка, следующий – 2000 руб и $\frac{1}{8}$ нового остатка, и т.д." Определить число сыновей и размер завещанного сбережения.

Решение задач на все действия с дробями.

1. – Ещё верёвочку? – спросила мама сына? – Ведь я тебе вчера дала порядочный моток. Куда ты его дел?
 - Куда девал верёвочку? – спросил сын.- Во-первых, половину ты сама взяла обратно. Половину того, что осталось, взял у меня Том, чтобы удить колюшек в канаве. Осталось совсем немного, да из того ещё папа взял половину для починки подтяжек, которые лопнули у него от смеха, когда случилась беда с автомобилем. А после понадобилось ещё сестре взять $\frac{2}{5}$ оставшегося, чтобы завязать свои волосы.
 - Что же ты сделал с остальной бечёвкой?
 - С остальной? Остальной-то было всего–навсего 30 см. Вот и устраивай телефон из такого обрывка.
 Какой же длины была бечёвка?
2. Отец имел 9 ослов и завещал трём сыновьям разделить их так: первый, второй, третий должен взять соответственно $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$ всех ослов. Сыновья не могли разделить всех ослов и обратились к хитрому Петру. Он подвёл им своих трёх ослов. Их 12 общих ослов хитрый Пётр дал братьям соответственно 4, 3, и 2 ослов, т.е. $\frac{1}{3}$ от 12, $\frac{1}{4}$ от 12, $\frac{1}{6}$ от 12. Оставшихся трёх ослов он снова взял себе. Подумайте и скажите, в чём тут секрет.
3. Двое рабочих, молодой и старый, проживают в одной квартире и работают на одном заводе. Молодой доходит от дома до завода за 20 минут, старый – за 30 минут. Через сколько минут молодой догонит старого, если последний выйдет из дома пятью минутами раньше его?
4. Перепечатка доклада поручена двум машинисткам. Более опытная из них могла бы выполнить всю работу за 2 часа, менее опытная – за 3 часа. За какое время переписут они доклад, если разделят между собой работу так, чтобы выполнить её в кратчайший срок?

5. Бутылка сока стоит 1 рубль и ещё столько, сколько стоит половина бутылки сока. Сколько стоят 3 бутылки сока?
6. Детям раздавали яблоки. Первый ребёнок получил 1 яблоко и $\frac{1}{10}$ от оставшихся, второй – 2 яблока и $\frac{1}{10}$ от оставшихся, третий – 3 яблока и $\frac{1}{10}$ от оставшихся и т.д. Сколько было яблок, если детей было 9?

Продолжение решения задач на дроби.

1. Отец имел 17 верблюдов и завещал 3 своим сыновьям разделить их так: первому – $\frac{1}{2}$ общего количества, второму – $\frac{1}{3}$, а третьему – $\frac{1}{9}$. Сыновья не смогли разделить верблюдов. Мимо проходил человек с верблюдами, и они попросили его помочь. Тогда он дал им своего верблюда, и получилось: первому – 9 верблюдов, второму – 6, третьему – 2 (всего 17). Владелец верблюда взял своего верблюда обратно. Правильно ли сыновья выполнили завещание отца?
2. Тиран острова Самос Поликрат однажды спросил на пиру у Пифагора, сколько у того учеников. “Охотно скажу тебе, о, Поликрат”, - ответил Пифагор. – Половина моих учеников изучает прекрасную математику, четверть исследует тайны вечной природы, седьмая часть молча упражняет силу духа, храня в сердце учение. Добавь к ним 3 юных юношей. Столько учеников веду я к рождению вечной истины”. Сколько учеников было у Пифагора?
3. Из-под земли бьют 4 источника. Первый заполняет бассейн за день, второй – за 2 дня, третий – за 3 дня, четвёртый – за 4 дня. За сколько времени заполнят бассейн все 4 источника?
4. Наташа нашла голодного котёнка и принесла его домой. У неё всегда жили несколько котят, которых она очень любила, но неохотно отвечала, сколько их, боясь, что над ней будут смеяться. Но соседка по парте очень настаивала, и Наташа сказала: “Три четверти моих котят и ещё $\frac{3}{4}$ котёнка”. Девочка решила, что Наташа сказала глупость и обиделась. Но Наташа на самом деле ответила, сколько у неё котят – стоит только подумать. Сколько котят у Наташи?
5. Лыжник рассчитал, что если он будет ехать со скоростью 10 км/ч, то прибудет на место назначения часом позже полудня, при скорости же 15 км/ч он прибыл бы часом раньше полудня. С какой скоростью он должен бежать, чтобы прибыть ровно в полдень?
6. На чашку весов положили головку сыра, а на другую $\frac{3}{4}$ такой же головки сыра и ещё гирию в 1 кг. Весы в равновесии. Какова масса головки сыра?
7. Сколько лет Диофанту?
“Прах Диофанта гробница почит:

Дивись ей – и камень

Мудрым искусством его скажет усопшего век.

Волей богов шестую часть жизни он прожил ребёнком

И половину шестой встретил с пушком на щеках.

Только минула седьмая, с подругою он обвенчался.

С нею 5 лет проведя, сына дождался мудрец.

Только полжизни отцовской возлюбленный сын его прожил.

Отнят он был у отца ранней могилой своей.

Дважды 2 года родитель оплакивал тяжкое горе,

Тут и увидел предел жизни печальной своей.”

Подсчёт среднего арифметического.

1. В выполнении заказа по изготовлению измерительных приборов приняла участие бригада в составе бригадира и девяти молодых рабочих. В течении дня каждый из рабочих смонтировал по 15 приборов, а бригадир на 9 приборов больше, чем в среднем каждый из девяти членов бригады. Сколько всего измерительных приборов было смонтировано бригадой за один рабочий день?
2. Средний возраст 11-ти футболистов команды 22 года. Во время игры один из игроков получил травму и ушёл с поля. Средний возраст оставшихся на поле игроков стал 21 год. Сколько лет футболисту, ушедшему с поля?
3. Из теста можно сделать 20 одинаковых калачей или 25 одинаковых булочек. Какова масса всего теста, если на один калач идёт на 10 г теста больше, чем на одну булочку?
4. Сеня купил 3 пакета орехов, а Саша – 2 таких пакета. К ним присоединился Костя, и они разделили все орехи поровну. При расчёте оказалось, что Костя должен уплатить товарищам 25 к. Сколько денег из этой суммы должен получить Сеня и сколько Саша? Сколько стоит пакет орехов?
5. Трое жильцов готовят обед на одной печке. Жилица – назовём её для удобства Тройкиной – положила в печь 3 полена своих дров, жилица Пятёркина – 5 поленьев, жилец Бестопливный, у которого, как вы догадались, не было дров, получил от обеих гражданок разрешение сварить обед на общем огне. В возмещение расходов он уплатил соседкам 80 к. Как они должны поделить между собой эту плату?

Задачи на проценты.

1. Рабочий в феврале увеличил производительность труда по сравнению с январём на 5%, а в марте увеличил её снова по сравнению с предыдущим месяцем на 10%. Сколько деталей изготовил рабочий в марте, если в январе он изготовил 200 деталей?
2. Собрали 100 грибов. Оказалось, что их влажность 99%. Когда грибы подсушили, влажность снизилась на 98%. Какой стала масса этих грибов после подсушивания?
3. Рыночная цена картофеля в связи с ненастной погодой повысилась на 20%. Через некоторое время цена картофеля понизилась на 20%. Когда картофель стоил дешевле: до повышения или после снижения цены и на сколько процентов?
4. Цену на товар уменьшили на 10%, а потом ещё на 10%. Стал бы он дешевле, если бы его цену сразу снизили на 20%?
5. Множимое увеличили на 10%, а множитель уменьшили на 10%. Как изменилось произведение?
6. Цена входного билета на стадион была 1р 80к. После снижения входной платы число зрителей увеличилось на 50%, а выручка выросла на 25%. Сколько стал стоить билет после снижения?
7. Бригада косцов в первый день скосила половину луга и ещё 2 га, а во второй день – 25% оставшейся части и последние 6 га. Найти площадь луга.
8. В трёх классах выполнялась контрольная работа. Получили “5” – 28 учащихся, “4” – 35, “3” – 29 чел., “2” – 8% учащихся. Сколько человек получили “2”?
9. Из учащихся, выполнявших контрольную работу, 30% получили “5”, 40% – “4”, 8 учеников – “3”, остальные – “2”. Средний балл оказался равным 3,9. Сколько учащихся получили каждую из оценок?

Решение задач “методом с конца”

1. Медведь с базара плюшек нёс,
Но на лесной опушке

Он половину плюшек съел

И плюс ещё полплюшки.

Шёл, шёл, уселся отдохнуть

И под “ку-ку” кукушки

Вновь половину плюшек съел

И плюс ещё полплюшки.

Стемнело, он ускорил шаг,

Но на крыльце избушки

Он снова пол-остатка съел

И плюс ещё полплюшки.

С пустой кошелкою - увы!

Он в дом вошёл уныло...

Хочу, чтоб мне сказали вы,

А сколько плюшек было?

2. 48 спичек разложили на 3 неравные кучки. Сколько было спичек в каждой кучке, не сообщается. Известно: если из первой кучки переложить во 2 столько спичек, сколько в этой второй имелось, затем из второй кучки переложить в третью столько, сколько в этой третьей перед тем будет находиться, и, наконец, из третьей переложить в первую столько спичек, сколько в этой первой кучке будет тогда иметься, то в результате число спичек во всех кучках станет одинаковым. Сколько спичек было в каждой кучке первоначально?

3. Повстречал крестьянин в лесу незнакомого старика. Разговорились. Старик внимательно разглядел крестьянина и сказал: “Известен мне в леску этом пенёчек один удивительный. Очень в нужде помогает – деньги удваивает. Положишь под него кошель, досчитаешь до 100 – и готово: деньги, какие в кошеле были, удвоились. Замечательный пень”. “Вот бы мне попробовать”, - сказал крестьянин.

“Это можно. Заплатить только надо тому, кто дорогу укажет. Мне, значит. А много ли, о том особый разговор”.

Стали торговаться. Узнав, что у крестьянина в кошельке мало денег, старик согласился получать после каждого удвоения по 1 рублю 20 коп.

Старик повёл крестьянина в глубь леса, долго бродил там, и, наконец, разыскал старый, покрытый мхом еловый пень. Взяв у крестьянина кошелёк, старик засунул его между корнями пня. Досчитав до 100, вытащил кошелёк. Заглянул туда крестьянин, а деньги на самом деле удвоились. Отсчитал он старику 1р20к и попросил положить ещё раз. Снова досчитал старик до 100 и вытащил из-под пня кошелёк. Деньги снова удвоились. Старик вторично получил у крестьянина обещанные 1р20к. В третий раз спрятали они кошелёк под пень. Но когда крестьянин уплатил старику обещанное вознаграждение, в кошельке не осталось ни одной копейки. Бедняга потерял все свои деньги и уныло побрёл по лесу. Сколько было у крестьянина денег до злополучных опытов с коварным пнём?

4. Одна женщина отправилась в сад собирать яблоки. Чтобы выйти из сада, её нужно было пройти через 4 двери, у каждой из которых стоял стражник. Стражнику у первой двери женщина отдала половину собранных ею яблок. Дойдя до 2го стражника, женщина ему половину оставшихся яблок. Так же она поступила с третьим стражником. А когда она поделилась яблоками со стражником у 4й двери, у неё осталось лишь 10 яблок. Сколько яблок она собрала в саду?

5. По преданию, основательница чешского государства принцесса Либуша обещала отдать свою руку тому из трёх женихов, кто сумеет решить задачу: “Если бы я дала своему первому жениху половину слив из этой корзины и ещё одну сливу, второму жениху половину оставшихся слив и ещё одну сливу, а оставшиеся сливы поделила пополам и половину их и ещё три сливы дала бы третьему жениху, то корзина опустела бы. Сколько слив в корзине?”

Задачи на раскраску.

1. В каждой вершине правильного стоугольника поставлены фишки: 76 красных и 24 синих. Доказать, что найдутся 4 красных фишки, образующие квадрат.
2. В вершинах правильного 7-угольника поставлены красные и синие фишки. Доказать, что найдется равнобедренный треугольник с вершинами одного цвета.
3. Клетки прямоугольника 5 на 41 окрашены в 2 цвета. Доказать, что можно выбрать 3 строки и 3 столбца так, чтобы их пересечения имели один цвет.
4. Каждая клетка таблицы 1995 на 1995 покрашена в один из двух цветов. За один ход разрешается все клетки любой строки (или столбца) перекрасить в тот цвет, который чаще встречается в этой строке (столбце). Можно ли перекрасить всю таблицу в один цвет?
5. Плоскость покрашена в два цвета. Доказать, что найдутся 2 точки на расстоянии 1 км: 1) одного цвета 2) разных цветов.
6. Таблицу 4 на 4 раскрасить в 4 цвета так, чтобы на любой горизонтали, вертикали, и диагонали были все цвета.
7. Сколько клеток таблицы 8 на 8 можно покрасить так, чтобы никакие 3 центра крашенных клеток не лежали на одной прямой?
8. Двое играют в следующую игру: каждый при своём ходе раскрашивает один или два соседних лепестка нарисованной ромашки. Выигрывает тот, кто покрасит последний лепесток. Кто выигрывает: первый или второй?
9. Двое по очереди закрашивают по одной клетке таблицы 4 на 4. Проигрывает тот, после хода, которого образуется квадрат 2 на 2, состоящий из закрашенных клеток. Кто выигрывает: первый или второй?
10. В тетради нарисована полоска 1 на 6. Сколькими способами она может быть окрашена в 6 цветов?
11. Сколькими способами можно окрасить в 6 цветов 6 равных секторов диска?
12. Сколькими способами можно покрасить в 6 цветов грани куба?

13. Можно ли таблицу 6 на 6 с вырезанными противоположными углами покрыть костями домино размером 1 на 2? Кости не должны перекрываться и выступать за края таблицы?
14. Какое наибольшее число прямоугольников 4 на 1 можно разместить в квадрате 6 на 6?
15. Можно ли пройти конём из нижней левой клетки в верхнюю, причём побывав в каждой клетке поля ровно 1 раз?

Секреты арифметических фокусов.

Фокус 1.

Пусть каждый задумает какое-нибудь целое число (небольшое). Умножит его на 5, прибавит 4, удвоит, прибавит к результату 99. У вас получится трёхзначное число. Оставьте в этом числе только последнюю цифру, а остальные зачеркните. К тому, что осталось, прибавьте 23 и разделите на 5. каждый получил число 6. Почему?

Фокус 2.

Задумайте число из двух цифр, прибавьте 7, сумму отнимите от 10, к разности прибавьте 15, прибавьте к итогу задуманное число. Полученное число разделите пополам, вычтите 9, умножьте на 3. У вас получилось 150. Отгадайте секрет фокуса.

Фокус 3.

Магическая матрица.

Пронумеруйте клетки матрицы 4 на 4 числами от 1 до 16. Обведите по своему усмотрению кружком любое число. Вычеркните все числа, которые стоят в одном столбце и в одной строке с обведённым числом. Всего это сделайте 3 раза. Оставшееся единственное число обведите. Сложите числа, обведённые кружками. У вас получилось 34. Разгадайте секрет этой матрицы.

Фокус 4. Как отгадать состав семьи.

Надо попросить товарища прибавить к числу братьев число 3, полученное число умножить на 5, прибавить 20, умножить на 2, прибавит число сестёр. По конечному результату можно сказать, сколько в семье сестёр и братьев.

Фокус 5.

Задумайте число меньше 5. Прибавьте к нему 12, сумму отнимите от 130, к разности прибавьте 5, прибавьте задуманное число, вычтите 120, умножьте на 7, вычтите 1, разделите на 2, прибавьте 30. получится число 40. Почему?

Фокус 6 с книжкой.

Напишите любое число из 3 неодинаковых цифр. Переставьте цифры числа в обратном порядке и из большего числа вычтите меньше число. В полученной разности переставьте цифры в обратном порядке и оба числа сложите. После этого предложите товарищу открыть книгу на странице, обозначенной первыми тремя цифрами полученного числа и отсчитать сверху столько строк, сколько обозначено последней цифрой итогового числа. И вы можете назвать эту строку. В чём секрет такой осведомлённости?

Фокус 7.

Задумайте число (кроме 0), умножьте его на 2, прибавьте 1, результат умножьте на 5. Отбросьте все цифры, кроме последней. Оставшуюся цифру умножьте на неё же. Сложите цифры результата. У вас получится 7. Почему?

Домашнее задание. Придумайте свой фокус, используя полученные на занятии знания.

Решение олимпиадных задач.

1. Однажды Андрей, Борис, Володя, Даша, Галя договорились вечером пойти в кино. Выбор кинотеатра и сеанса они решили согласовать по телефону. Было так же решено, что если с кем-то созвониться не удастся, то поход в кино отменяется. Вечером собрались не все, и поход сорвался. На следующий день начали выяснять, кто кому звонил: Андрей звонил Борису и Володе; Володя – Борису и Даше; Борис – Андрею и Даше; Даша – Андрею и Володе; Галя – Андрею, Володе и Борису. Почему поход сорвался?
2. Дядя Фёдор, кот Матроскин, Шарик и почтальон Печкин сидят на скамейке. Если Шарик, сидящий справа от всех, сядет между дядей Фёдором и котом, то кот окажется крайним слева. В каком порядке они сидят?
3. Серёжа пошёл с отцом в тир. Уговор был такой: Серёжа делает 5 выстрелов и за каждое попадание в цель получает право сделать ещё 2 выстрела. Серёжа сделал 17 выстрелов. Сколько раз он попал в цель?
4. В рисе содержится 75% крахмала, а в ячмене – 60%. Сколько надо взять ячменя, чтобы в нём содержалось бы столько крахмала, сколько его содержится в 9 кг риса?
5. В каждой клетке шахматной доски 8x8 записаны натуральные числа так, что любые два числа в клетках, имеющих общие стороны, отличались не более чем на 4. Докажите, что среди этих чисел есть два равных.
6. Разрежьте квадрат размером 4x4 на 4 равные фигуры. Резать можно только по сторонам клеточек. Найти как можно больше клеточек.
7. Имеются 3 карточки. На одной из сторон каждой из карточек нарисованы квадрат, треугольник и круг. На другой же стороне написано круг или треугольник, квадрат,

- треугольник. Но ни одна из записей не соответствует действительности. На какой из карточек что изображено?
8. Как, имея два ведра: ёмкостью 5 и 9 литров, набрать из реки ровно 3л воды?
 9. Восемь команд участвуют в чемпионате города по футболу. Докажите, что при любом расписании игр есть две команды, сыгравшие одинаковое число матчей.
 10. Разделите треугольник 3×4 на две равные части. Разрезать можно лишь по стороне квадрата 1×1 . Найдите как можно больше способов предложенной вам задачи.
 11. Лошадь может съесть воз сена за 1 месяц, коза – за 2 месяца, а овца – за 3 месяца. За какое время лошадь, коза и овца съедят такой же воз сена?
 12. Баба Яга в своей избушке на курьих ножках завела сказочных животных. Все они, кроме одного, - Говорящие Коты. Все, кроме двух, - Мудрые Совы; остальные – Усатые Тараканы. Сколько обитателей в избушке у Бабы Яги?
 13. На волшебной яблоне выросли 3 банана и 4 апельсина. Если сорвать один из плодов – вырастет такой же; если одновременно 2 одинаковых плода – вырастет апельсин, а если одновременно сорвать 2 разных плода – вырастет банан. В каком порядке надо срывать плоды, чтобы на яблоне остался ровно 1 плод? Можно ли определить, какой это будет плод? Можно ли срывать плоды так, чтобы на яблоне ничего не осталось?

Алгебраические задачи.

1. Сколько дедушке лет, столько внучке месяцев. Дедушке с внучкой вместе 91 год. Сколько лет дедушке и сколько внучке?
2. Я решил определить расстояние от моего дома до дома моего приятеля. Я шёл равномерным шагом и полпути считал шаги парами, а полпути – тройками, причём пар получилось на 250 больше, чем троек. Сколько шагов до дома моего приятеля?
3. Самолёт летел от А до В. Сначала он летел со скоростью 180 км/ч, но когда ему осталось лететь на 320 км меньше, чем он пролетел, он увеличил скорость до 250 км/ч. Оказалось, что средняя скорость самолёта на всём пути 200 км/ч. Определить расстояние от А до В.
4. Пассажир, проезжая на трамвае, заметил своего знакомого, который шёл вдоль линии трамвая в противоположную сторону. Через 10 с пассажир вышел из трамвая и пошёл догонять своего знакомого. Через сколько секунд он догонит знакомого, если он идёт в 2 раза быстрее знакомого и в 5 раз медленнее трамвая?
5. Несколько кружков одного и того же радиуса разложено в виде квадрата. При этом 5 кружков оказались лишними. Если каждую сторону квадрата увеличить на 1 кружок, то не хватит 8 кружков. Сколько было кружков?
6. У двух рыбаков спросили: "Сколько рыбы в ваших корзинах?". "В моей корзине половина числа рыб, находящихся в корзине у него, да ещё 10 рыб, " - ответил первый. "А у меня в корзине столько рыб, сколько у него, да ещё 20", - сказал второй. Сколько же рыб у обоих?

7. Вася в два раза старше своей сестры Наташи. У Наташи было в 3 раза больше орехов, чем у Васи. Число орехов у Наташи больше числа лет Васи на 35, а число орехов у Васи больше числа лет Наташи в 3 раза. Сколько лет Наташе и Васе?
8. Моему брату через 2 года будет вдвое больше лет, чем ему было 2 года назад, а моя двоюродная сестра через 3 года будет втрое старше, чем 3 года назад. Кто из них старше?
9. Я иду от школы до дома 30 минут, а мой брат – 40 минут. Через сколько минут я догоню брата, если он вышел из дома на 5 минут раньше меня?
10. Мне сейчас в 4 раза больше лет, чем моей сестре, когда она была моложе меня в 2 раза. Сколько лет сейчас каждому из нас, если через 15 лет нам вместе будет 100 лет?
11. Мне и моей сестре сейчас 26 лет, причём сестре в 3 раза меньше лет, чем будет мне тогда, когда нам вместе будет в 5 раз больше лет, чем мне сейчас. Сколько сейчас лет каждому из нас?
12. В двух сосудах находится по 540 л воды. Из одного сосуда вытекает в минуту 25 л, а из другого – 15л. Через сколько минут в одном из сосудов останется в 6 раз больше, чем в другом?
13. Карандаш в 6 раз дешевле альбома, а ручка в 2 раза дешевле альбома. Альбом стоит на 20 копеек больше, чем ручка и карандаш вместе. Сколько стоят карандаш, ручка и альбом по отдельности?
14. В парке живут воробьи, синицы, голуби и вороны – всего 10 000 птичек. Воробьёв в 10 раз больше, чем ворон, голубей на 400 больше, чем ворон, синиц на 1400 меньше, чем воробьёв. Сколько и каких птичек живёт в парке?
15. Андрюша, Боря, Вадик и Гена разговаривали о своих книгах. Андрюша сказал: "У Гены книг в 2 раза больше, чем у меня". Боря сказал: "У меня столько книг, сколько у Андрюши и Вадика вместе". Вадик сказал: "У меня на 3 книги меньше, чем у Гены". Гена сказал: "У меня столько книг, сколько у Бори и Вадика вместе". Сколько книг у каждого мальчика?
16. Таня пошла покупать ручки и карандаши. На деньги, которые у неё были, она могла купить 6 ручек или 12 карандашей. Тогда она решила купить того и другого одинаковое количество. Сколько?
17. Во дворе встретились Андрюша, Боря, Вова, Гена и Дима. Они стали сравнивать свой возраст. Андрюша сказал: "Я на 2 года старше Бори". Боря сказал: "Дима вдвое старше меня". Вова сказал: "Я на год младше Гены". Гена сказал: "Я на 4 года старше Бори". Дима сказал: "Я на 2 года старше Вовы". Кому сколько лет?
18. Москва старше Санкт - Петербурга на 556 лет. В 1981 году Москва была втрое старше Санкт – Петербурга. В каком году основана Москва и в каком году основан Санкт – Петербург?
19. Через мост прошло 40 автомобилей и велосипедов, а всего проехало 100 колёс. Нельзя ли подсчитать, сколько прошло за день отдельно автомобилей и велосипедов?
20. Имеется несколько поросят одинакового веса и несколько ягнят так же одинакового веса. 3 поросёнка и 2 ягнёнка весят 22 кг, а 2 поросёнка и 3 ягнёнка весят 23 кг. Узнать, сколько весит 1 поросёнок и сколько весит 1 ягненок?
21. У мальчика спросили, сколько у него орехов. Он ответил: "Если мне дадут ещё 4 ореха, то у меня будет столько, сколько у моего брата. Если же мне дадут 28 орехов, то у меня будет втрое больше орехов, чем у брата". Сколько орехов у мальчика?
22. Весы пришли в равновесие, когда на одну чашу весов поставили гири по 2 кг, а на другую – по 5 кг, всего 14 гирь. Сколько тех и других гирь поставлено на весы?
23. Рыболов нВ вопрос, какова масса пойманной им рыбы, ответил: "Масса хвоста 1 кг, масса головы составляет, сколько хвост и половина туловища, а масса туловища – столько, сколько голова и хвост вместе". Найти массу рыбы.

24. Имеющийся в магазине картофель был расфасован в 24 пакета по 5 кг и по 3 кг. Вес всех пакетов по 5 кг оказался равным весу пакетов по 3 кг. Сколько было тех и других пакетов?
25. Имеются ассигнации по 3 рубля и по 5 рублей. Всего 50 купюр. Часть денег была истрачена на покупку книг, после чего трёхрублёвых ассигнаций осталось в 2 раза меньше, а пятирублёвых в 3 раза меньше, чем было раньше. Всего же ассигнаций того и другого достоинства осталось 19. Сколько всего стоили книги?
26. Турист проехал автобусом на 80 км больше, чем прошёл пешком, проехал поездом на 120 км больше, чем автобусом, и в 6 раз больше, чем пешком. Какое расстояние турист прошёл пешком, проехал поездом и автобусом?
27. Пароход от Киева до Херсона идёт трое суток, а от Херсона до Киева - четверо суток (без остановок). Сколько времени будет плыть плот от Киева до Херсона?
28. В трёх ящиках лежат орехи. В первом ящике на 6 орехов меньше, чем в двух других вместе, а во втором – на 10 ящиков меньше, чем в первом и третьем вместе. Сколько орехов в третьем ящике?
29. В 1964 году мне исполнилось столько лет, какова сумма цифр моего рождения. В каком году я родился и сколько мне лет?
30. Николай с сыном и Пётр с сыном были на рыбалке. Николай поймал столько рыбы, сколько его сын, а Пётр – втрое больше, чем его сын. Всего было поймано 35 рыб. Сына Николая зовут Григорий. Как зовут сына Петра

Десятичная запись натурального числа.

1. Задумайте любое четырёхзначное число. Запишите его без последней цифры, затем без двух последних цифр, затем без трёх последних цифр и сложите эти три записанные числа. Полученную сумму умножьте на 9 и к полученному произведению добавьте сумму цифр задуманного числа. В результате получится задуманное число. Объясните, почему.
2. Сумма двух чисел равна 495. Одно из чисел оканчивается нулём. Если этот нуль зачеркнуть, то получится второе число. Найдите эти числа.
3. Сумма двух чисел равна 499. Одно из чисел заканчивается цифрой 4. Если эту цифру зачеркнуть, то получится второе число. Найдите эти числа.
4. Цифра десятков в обозначении данного двузначного числа втрое больше цифры единиц. Если эти цифры переставить, то получится число меньше дано на 36. Найдите данное число.
5. Число оканчивается цифрой 9. Если эту цифру отбросить и к полученному числу прибавить первое число, то получится 306216. Найдите это число.
6. И сказал Кощей Ивану – Царевичу: “Жить тебе до завтрашнего утра. Утром явишься пред мои очи, задумаю цифры a , b , c . Назовёшь ты мне три числа x , y , z . Выслушаю я тебя и скажу, чему равны $ax + by + cz$. Тогда отгадай, какие числа a , b , c я задумал. Не отгадаешь – голова с плеч долой “. Запечалился Иван – Царевич, пошёл думать. Надо бы ему помочь.

7. Задумайте двузначное число. Первую цифру этого числа умножьте на 2. К полученному числу добавьте 1. То, что теперь получилось, умножьте на 5 и прибавьте вторую цифру. Скажите мне, что у вас получилось, а я назову задуманное вами число. Как это делается?
8. Докажите, что если в трёхзначном числе средняя цифра равна сумме крайних, то число делится на 11.
9. Запишите произвольное трёхзначное число. Вычтите из него число, записанное теми же цифрами, но идущими в обратном порядке. Докажите, что полученный результат делится на 99.
10. Какие цифры надо поставить вместо a, b, c, d в примере на сложение.
11. К числу справа приписали 6, и оно увеличилось в 13 раз. Какое это число?
12. К числу справа приписали 36, и оно увеличилось в 103 раза. Какое это число?
13. К трёхзначному числу слева приписали 3, и оно увеличилось в 9 раз. Какое это число?
14. У трёхзначного числа переставили первую цифру в конец числа, и оно стало на 441 меньше. Какое это число?
15. У шестизначного числа первую цифру перенесли в конец числа, и число стало в 5 раз меньше. Какое это число?

Задачи на нахождение чисел – великанов.

До сих пор сохранились некоторые предания о жизни наших предков, о развитии различных наук. Вот некоторые дошедшие до нас легенды.

1. Награда.

Полководец Теренций, по приказу императора, совершил победоносный поход и с трофеями вернулся в Рим. Прибыв в столицу, он попросил допустить его к императору. Император ласково принял полководца, сердечно благодарил его за военные заслуги империи и обещал в награду дать высокое положение в сенате. Но Теренцию нужно было не это. Он возразил:

- Много побед одержал я, чтобы возвысить твоё могущество, государь, и окружить твоё имя славой. Я не страшился смерти, и будь у меня не одна, а много жизней, я все их принёс бы тебе в жертву. Но я устал воевать: настала пора отдохнуть. За долгие годы военной службы я не успел устроить себе денежного благополучия. Я беден, государь....Дай мне денег для обеспечения остатка моей жизни.

- Какую же сумму, Теренций, считал бы ты для себя достаточной? – спросил император.

- Миллион динариев, государь, - был ответ.

Император, как гласит предание, не отличался широкой щедростью. Просьба полководца заставила его задуматься. Наконец, император заговорил:

- Доблестный Теренций, ты великий воин, и славные твои подвиги заслужили щедрой награды! Я дам тебе богатство. Завтра в полдень ты услышишь моё решение.

Теренций поклонился и вышел. На следующий день в назначенный час полководец явился во дворец императора. Император провозгласил своё решение:

- Не хочу, чтобы такой благородный воин, как ты, получил за свои заслуги жалкую награду. В моём казначействе лежит 5 миллионов медных брассов. (Брасс – мелкая монета, пятая часть динария). Теперь внимай моим словам. Ты войдёшь в казначейство, возьмёшь одну монету в руки, вернёшься сюда и положишь к моим ногам. На другой день снова войдёшь в казначейство, Возьмёшь монету, равную двум брассам, и положишь здесь рядом с первой. В третий день принесёшь монету, равную 4 брассам, в 4 день – стоящую 8 брассам, в 5 день – 16 брассам и т.д., все, удваивая стоимость монеты. Я прикажу каждый день ежедневно изготавливать для тебя монеты надлежащей ценности. И пока у тебя хватит сил поднимать монеты, будешь ты выносить их из моего казначейства. Никто не вправе помогать тебе; ты должен пользоваться только своими силами. И когда заметишь, что не можешь больше поднять монету, - остановись; уговор наш закончился, но все монеты, которые тебе удастся вынести, останутся у тебя и послужат наградой.

- Я доволен твоей милостью, государь, - ответил полководец с радостной улыбкой. – Поистине щедрa награда твоя!

Начались ежедневные посещения Теренция государственного казначейства. Но уже 18й день стал последним днём обогащения Теренция. В этот день ему с большим трудом пришлось доставать монету, соответствующую 131072 единичным монетам, имеющую больше метра в поперечнике и массой 655 кг. Пользуясь своим копьём, как рычагом, Теренций с величайшим напряжением сил вкатил её в залу. Он был совершенно измучен.

- Не могу больше...Довольно...

А вам предстоит ответить: какое же вознаграждение получил великий воин?

2. Легенда о шахматной доске.

Шахматная доска была придумана в Индии, и когда индусский царь Ширим познакомился с нею, он был восхищён остроумием и разнообразием возможных положений. Узнав, что она изобретена одним из подданных, приказал его позвать, чтобы лично наградить за удачную выдумку. Изобретатель, его звали Сета, явился к повелителю. Это был скромно одетый учёный, получавший средства для жизни от своих учеников.

- Желаю достойно наградить тебя, Сета, за прекрасную игру, которую ты придумал, - сказал царь. Я достаточно богат, чтобы исполнить самое смелое твоё желание. Назови награду, которая тебя удовлетворит, и ты получишь её.

- Велика твоя доброта, повелитель. Но дай срок обдумать ответ. Завтра я сообщу тебе свою просьбу.

Когда на следующий день Сета явился к ступеням трона, он удивил царя беспримерной скромностью своей просьбы.

- Повелитель, сказал Сета, - прикажи выдать мне за первую клетку шахматной доски 1 пшеничное зёрнышко, за вторую клетку - 2 зерна, за третью - 4 зерна, за четвёртую - 8 зёрен, за пятую - 16, за шестую - 32 и т.д.

- Довольно,- с раздражением прервал его царь. Ты получишь свои зёрна за все 64 клетки, согласно твоему желанию; но знай, что просьба твоя недостойна моей щедрости. Прося такую ничтожную награду, ты непочтительно пренебрегаешь моей милостью. Ступай, слуги вынесут тебе твой мешок с пшеницей.

Сета улыбнулся, покинул залу и стал дожидаться у ворот дворца. За обедом царь вспомнил о нём и послал узнать, унёс ли безрассудный Сета свою жалкую награду.

_ Повелитель, - ответили ему, - математики твои трудятся без устали и надеются ещё до рассвета закончить подсчёт.

- Завтра, прежде, чем я проснусь, всё до единого зерна должно быть выдано Сете.

Утром царю говорят математики:

- Мы подсчитали всё количество зёрен, число это так велико...

- Как бы оно ни было велико, - надменно перебил царь, - житницы мои не оскудеют. Награда обещана, и должна быть выдана...

- Не в твоей власти, повелитель, исполнять такие желания...

Какое число назвал придворный математик? Какова должна быть длина амбара для хранения такого числа зёрен при высоте 4 метра и ширине 10 метров, если 1 кубический метр вмещает около 15 миллионов зёрен?

3. Выгодная сделка.

Богач – миллионер возвращался из отлучки необычайно радостный: у него в дороге произошла счастливая встреча. Один незнакомец предложил ему сделку, которая заключалась в следующем: каждый день он обязуется приносить богачу по 100 тысяч рублей, в замен же ему необходимо уплатить в 1й день 1 копейку, во 2й день – 2 коп, в 3й день – 4 коп, в 4й день – 8 коп и т.д., в каждый последующий день вдвое больше, чем в предыдущий. Насколько данная сделка выгодна богачу?

4. Скупой платит больше?

Скупой человек хотел дешево сшить хороший костюм. Остроумный портной сказал ему:

- Предлагаю два условия: первое – вы платите за пошив костюма всего 117 рублей; второе – вы платите только за пуговицы, но следующим образом: за 1ю пуговицу – 1 коп, за 2ю пуговицу – 2 коп, за 3ю пуговицу – 4 коп, за 4ю – 8 коп, т.е за каждую следующую пуговицу в 2 раза больше, чем за предыдущую. На костюме 18 пуговиц. Если первое условие вам покажется слишком дорогим, то платите по второму условию.

Скупой очень обрадовался второму условию. Сколько необходимо заплатить по второму условию? Не промахнулся ли скупой?

Задачи на “бассейн”

1. Через первый кран сосуд заполняется водой за 20 минут, а через второй – за 30 минут. За сколько минут можно наполнить сосуд через оба эти крана?
2. Бассейн наполняется за 10 часов. Какая часть бассейна наполнится за 1 час?
3. В каждый час трубы наполняют $\frac{1}{6}$ бассейна. За сколько часов они наполнят весь бассейн?
4. В каждый час первая труба наполняет $\frac{1}{10}$ бассейна, а вторая – $\frac{1}{15}$. Какую часть бассейна наполняют обе трубы за 1 час совместной работы? За сколько часов наполнится весь бассейн, если открыть обе трубы?
5. Через первую трубу бассейн можно наполнить за 10 часов, а через вторую – за 15 часов. Какую часть бассейна наполнят обе трубы за 1 час совместной работы? За сколько часов наполнится весь бассейн, если открыть обе трубы?
6. В каждый час первая труба наполняет $\frac{1}{2}$ бассейна, а вторая – $\frac{1}{3}$ бассейна. Какую часть бассейна наполнят обе трубы за 1 час совместной работы? Какую часть бассейна наполнят обе трубы за 1 час совместной работы?
7. Первая бригада может выполнить в день $\frac{1}{12}$ задания, а вторая – $\frac{1}{8}$ задания. Какую часть задания выполнят две бригады за 1 день совместной работы?
8. Легковая машина в час проезжает $\frac{1}{10}$ расстояния между городами, а грузовая – $\frac{1}{12}$ этого расстояния. На какую часть этого расстояния будут сближаться машины при движении навстречу друг другу?

9. Два трактора за 1 день совместной работы вспахали $\frac{2}{3}$ поля. Первый тракторист вспахал $\frac{1}{2}$ поля. Какую часть поля вспахал второй тракторист?
10. Два крестьянина вышли в одно время навстречу друг другу из двух деревень. Первый может пройти расстояние между деревнями за 8 часов, а второй – за 6 часов. На какую часть расстояния они приблизятся за 1 час?
11. Для постройки купальни наняты 3 плотника. Первый сделал $\frac{3}{23}$ всей работы, второй – $\frac{1}{11}$, а третий – $\frac{7}{55}$. Какую часть всей работы сделали они совместно за день?
12. Для переписки сочинения наняты 4 писца. Первый мог бы один переписать сочинение за 24 дня, второй – за 36 дней, третий – за 20 дней и четвёртый – за 18 дней. Какую часть сочинения напишут они за 1 день, если будут работать совместно?
13. Задача Герона Александрийского. Бассейн вместимостью 12 кубических единиц наполняют через 2 трубы, из которых через одну трубу поступает в каждый час 1 куб. ед. воды, а через другую – 4 куб. ед. За какое время наполнится бассейн при совместном действии обеих труб?
14. В каждый час первая труба наполняет $\frac{1}{3}$ бассейна, а вторая – $\frac{1}{6}$ бассейна. Какую часть бассейна наполнят обе трубы за 1 час? За сколько часов наполнится весь бассейн, если открыть обе трубы?
15. Через первую трубу можно наполнить за 10 минут, через вторую – за 15 минут. За сколько минут можно наполнить бак через 2 трубы?
16. Старинная задача. Путешественник идёт из одного города в другой за 10 дней, а другой путешественник тот же путь проходит за 15 дней. Через сколько дней они встретятся, если выйдут одновременно навстречу друг другу из этих городов?
17. Бак вмещает 600 литров воды. Через первый кран его можно наполнить за 10 минут, а через второй – за 15 минут. За сколько минут можно наполнить бак через оба крана?
18. Один человек выпьет бочонок за 14 дней, а с женой выпьет тот же бочонок за 10 дней. За сколько дней жена выпьет весь бочонок одна?
19. Первая бригада может выполнить задание за 9 дней, а вторая – за 12 дней. Первая бригада работала над выполнением этого задания 3 дня, после чего вторая работа закончила работу. За сколько дней было выполнено задание?
20. Четыре плотника хотят построить дом. Первый плотник может построить дом за 4 года, второй – за 2 года, третий – за 3 года, четвёртый – за 4 года. За сколько лет они построят дом при совместной работе?
21. Первая и вторая бригада могли бы выполнить задание за 9 дней, вторая и третья – за 18 дней, первая и третья – за 12 дней. За сколько дней это задание могут выполнить три бригады, работая вместе?

Задачи на “движение по реке”.

22. Катер проходит некоторое расстояние по озеру за 6 часов, а по течению реки – за 5 часов. Сколько времени потребуется плоту, чтобы преодолеть такое же расстояние?
23. Пароход от Киева до Херсона идёт трое суток, а от Херсона до Киева – за четверо суток (без остановок). Сколько времени будет плыть плот от Киева до Херсона?

Построение фигур одним росчерком пера.

Топология – раздел математики, изучающий такие свойства фигур, которые не меняются при любых деформациях, производимых без разрывов и склеиваний.

Точки, в которых сходится чётное количество линий, называются чётными, а точки, в которых сходится нечётное число линий – нечётными.

Признаки вычерчивания фигур одним росчерком:

1. Если нечётных точек в фигуре нет, то её можно начертить одним росчерком, начиная вычерчивать с любого места.
2. Если в фигуре две нечётные точки (если фигура имеет одну нечётную точку, то она имеет и другую), то её можно начертить одним росчерком пера, начав вычерчивание в одной из нечётных точек и закончив в другой.
3. Если в фигуре более двух нечётных точек, то её нельзя вычертить одним росчерком.

Упражнения для закрепления.

1. Определите, какие из фигур, изображённых на рисунке, можно начертить, не отрывая карандаш от бумаги (и не проводя по одной линии дважды). Нарисуйте те фигуры, которые можно начертить одним росчерком карандаша.
2. Только что приобретённые вами знания порой имеют любопытное применение. Великий математик Леонор Эйлер в 1736 году занимался решением своеобразной задачи: В Кенигсберге река, омывающая два острова, делится на два рукава, через которые перекинута 7 мостов (см. рис). Можно ли обойти все эти мосты, не побывав ни на одном из них более одного раза?
3. Решите задачу с девятью мостами, аналогичную задаче №2 по условию и требованию.
4. Через реку, омывающую 6 островов, перекинута 17 мостов. Можно ли перейти все эти мосты, не побывав ни на одном из них два раза?
5. Начертите фигуры (если можно) одним росчерком карандаша.

Геометрические задачи на разрезание.

1. Разрезать крест на 4 части и сложить из получившихся частей квадрат.
2. Как мудрецы разделили шахматную доску с алмазами на 4 равные части с одним алмазом в каждой?
3. Фигура состоит из трёх квадратов, расположенных так, как показано на рисунке. Вырезать из этой фигуры такую часть, чтобы, приложив её к оставшейся части, получить квадрат, внутри которого имеется квадратное отверстие.
4. Произвольный треугольник разрезать на 3 такие части, чтобы из них можно было составить прямоугольник.
5. На коврике изображено 7 роз. Требуется тремя прямыми линиями разрезать коврик на 7 частей, каждая из которых содержала бы по 1 розе.
6. Отец, у которого было 4 сына, имел квадратное поле. Четвёртую часть поля он оставил себе (см. рис). Остальное поле он обещал отдать сыновьям, если те сумеют его разделить между

собой на равные по площади и одинаковые по форме части. Как сыновьям удалось выполнить это?

7. Разделить трапецию, построенную из спичек (см. рис), на 4 одинаковые трапеции, используя ещё 5 спичек?

8. На рисунке изображён квадрат, на нём линии. Квадрат надо наклеить на картон и разрезать по линиям. Он распадётся на 7 кусочков, из которых вы будете склеивать различные фигурки и картинки, такие, как же, как на рис 2-6. Кажется просто? А вы попробуйте!

Факториалы.

1. Вычислите $1!$ $2!$ $5!$ $7!$ $10!$

2. Вычислите а) $4! + 5!$ в) $5! - 4!$

б) $5! \cdot 4!$ г) $5 \cdot 4!$

2. Докажите, что $8!$ делится на $5!$ На $6!$

3. Докажите, что $100!$ Делится на 47 и не делится на 101.

4. Докажите, что $14!$ Делится на 100 и не делится на 1000.

5. Сократите дробь и найдите её значение
- $$\frac{10!}{7!} \cdot \frac{12!}{3!} \cdot \frac{33!}{102!} \cdot \frac{12!}{8!} \cdot \frac{3! \cdot 4!}{10!} \cdot \frac{34!}{101!} \cdot \frac{3! \cdot 4! \cdot 5!}{10!}$$
6. Устно. На какие факториалы делится $10!$ Для каждого делителя укажите соответствующее частное.
7. Покажите, что а) $11! - 10! = 10 \cdot 10!$ б) $5! + 6! - 7 \cdot 5!$
9. Что больше а) $7! + 8!$ Или $9!$ б) $5! + 8!$ Или $6! + 7!$
в) $1! + 2! + 3! + \dots + 9!$ или $10!$
10. Сравните $5!$ $15!$ и 2
11. Делится ли $50!$ на 37 , на 53 , на 51 ?
12. Какой наименьший факториал делится на $5?$ на $7?$ на $8?$ на $51?$
13. Сколько множителей, равных 2 , содержится в числе $5!$ $7!$ $10!$
14. Сколько нулей в записи числа, равного $5!$ $10!$ $15!$ $20!$
15. Какой наименьший факториал делится на $25?$ на $100?$ на $1000?$
16. Дана последовательность чисел $1!$; $1! + 2!$; $1! + 2! + 3!$; ... Какой цифрой оканчивается число, стоящее в этой последовательности под номером 1995 ?

Решение уравнений в целых числах.

1. Решить уравнение в целых числах $3x + 2y = 7$.

2. Найти все натуральные числа в пределах от 1 до 100 000, делящиеся на 73 и
которые оканчиваются на 001.

3. Школьник купил несколько тетрадей, простых и цветных карандашей. Тетрадь стоит 1 руб, простой карандаш – 4 руб, цветной карандаш – 6 руб. Всего куплено 20 предметов на 40 рублей. Сколько тетрадей и карандашей по отдельности было куплено?

4. Тринадцать пиратов добыли некоторое количество золотых монет. Они пытались разделить их поровну, но 8 монет оставалось. После того, как 2 пирата упали за борт, осталось 3 монеты. В перестрелке погибли ещё 3 пирата. Стали делить монеты, осталось опять 5 монет. Сколько же было монет?

5. Четыре коровы чёрные и 3 рыжие дали за 5 дней такой же надой молока как 3 чёрные и 5 рыжих за 4 дня. Какие коровы дают больше молока: чёрные или рыжие?

6. Можно ли разменять 25 рублей, если есть монеты по 1 руб., 3 руб., 5 руб. так, чтобы было 10 купюр?

7. Капитан Кук попал в плен к пиратам, и пираты требуют выкуп: 13 монет. Сможет ли Кук откупиться, если сумма выкупа 100 дублонов, а у капитана имеются монеты по 1д, 3д, 5д, 25 дублонов? Сможет ли он откупиться, если сумма выкупа 1000 дублонов, а у него монеты по 25 д, 75 д, 125 дублонов?

8. Двенадцать человек несут 12 хлебов. Каждый мужчина несёт по 2 хлеба, женщина по $\frac{1}{2}$ хлеба, ребёнок по $\frac{1}{4}$ хлеба. Сколько было мужчин, женщин и детей?

Неопределённые уравнения.

1. Найти натуральные числа, удовлетворяющие уравнению
 $3x + 2y = 8$, где $x < 9$, $y < 9$

2. Найти натуральные числа, удовлетворяющие уравнению
 $9x - 4y = 10$, где $x < 10$, $y < 10$.

3. Сколько существует способов составления отрезка в 1 метр из отрезков в 7 см и 12 см.

4. Некто покупает вещь стоимостью в 19 рублей. У него имеется 15 трёхрублёвок, а у кассира – 20 пятирублёвок. Можно ли рассчитаться?

5. Можно ли отвесить 28 грамм вещества на чашечных весах, имея 4 гири по 3 грамма и 7 гирь по 5 грамм?

6. Ване в 1979 году исполнилось столько лет, какова сумма цифр года его рождения. В каком году он родился?
7. Для туристов закуплено 100 билетов на поезд на общую сумму 340 рублей. Билеты стоимостью по 3 рубля и по 4 рубля. Сколько закуплено билетов по 3 и по 4 рубля?
8. Кусок проволоки длиной 102 см нужно разрезать на части длиной 15 см и 12 см. так, чтобы обрезков не было. Как это сделать?
9. Мальчик купил на 1 рубль почтовых марок, причём двухкопеечных марок он купил в 10 раз меньше, чем однокопеечных. Остальные же марки были пятикопеечные. Сколько марок каждого достоинства купил мальчик?

Решение комбинаторных задач

с помощью графов и способа умножения

1. У Лёвы два конверта: обычный и авиа, и марки: прямоугольная, квадратная и треугольная. Сколькими способами он может выбрать конверт и марку, чтобы отправить письмо?
2. Ужасные грабители Кнопка и Скрепка решили украсть из сейфа золотой ключик Буратино. Для того, чтобы открыть замок входной двери, им нужно подобрать двузначный код. Причём известно, что дверь запирает Буратино, который знает только четыре цифры 1, 2, 3, 4. Сколько вариантов придётся подобрать Скрепке и Кнопке, чтобы проникнуть в дом?
3. Проникнуть в дом – полдела. Кнопке и Скрепке нужно ещё открыть сейф. Но сейф запирает папа Карло, а он знает все цифры. Сколько двузначных кодов нужно перебрать грабителям, чтобы открыть сейф?
4. У ковбоя Джо две лошади: каурой и гнедой масти, два седла: красное и зелёное, две пары шпор: длинные и короткие, два револьвера: один марки “Кольт”, другой – “Смит - и - Вессон”. Сколькими способами Джо может экипироваться для конной прогулки по прериям?
5. Космический корабль “Циклоп” опустился на неизвестную планету X звезды V созвездия Центавр. Планета оказалась обитаема и разделена на 3 материка океанами. Каждый материк выдвинул трёх представителей для того, чтобы лететь с кораблём на Землю. Представителей первого материка зовут Манн, Зан, Сан, второго – Пын, Фын,

- Шин, третьего – Хыр, Кыр, Дыр. Но на “Циклопе” не хватит анабиозных ванн для девяти человек. Он может взять только трёх. Сколько способов у инопланетян составить делегацию на Землю?
6. У кролика две табуретки: красная и зелёная. К нему в гости пришли Винни – Пух и Пятачок. Сколькими способами Кролик сможет рассадить гостей?
 7. В следующий раз к Кролику пришли три гостя: Винни - Пух, Пятачок и ослик Иа. Сколькими способами он сможет рассадить гостей на синей, красной и жёлтой табуретках?
 8. Сколькими способами Кролик сможет рассадить пять гостей на пяти разноцветных табуретках?
 9. На борту космического корабля “Циклоп” три пилота и два инженера. Сколькими способами можно составить экипаж разведывательного катера из одного пилота и одного инженера?
 10. В некотором городе у всех велосипедистов были трёхзначные номера. Но велосипедисты попросили, чтобы в этих номерах не встречались цифры 0 и 8, потому что первая из них похожа на вытянутое колесо, ну а что для велосипедиста “восьмёрка” колеса – знает каждый. Хватит ли им номеров, если в этом городе велосипеды имеют 710 человек?
 11. Хватит ли номеров, если велосипедисты смягчат свои требования и согласятся на цифру 8?
 12. В 5 классе изучают 8 предметов. В среду 5 уроков, и все они различны. Сколькими способами можно составить расписание на среду?
 13. Сколько всего автомобильных номеров можно составить из четырёх цифр и трёх букв?
 14. Сколько различных чётных пятизначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 3, 4, 5?
 15. Андрей, Боря, Витя, Гриша, Дима и Женя решили покататься на карусели, сиденья которой изображали льва, тигра, слона, оленя, медведя и жирафа. Ребята заспорили, кому на какого зверя садиться, и решили перепробовать все способы. Сколько раз им пришлось бы для этого прокатиться верхом?
 16. В городе проводится первенство по футболу между шестью командами. Сколько состоится матчей?
 17. Сколькими способами можно зачеркнуть 5 номеров из 36, играя в “Спортлото”?
 18. Сколько существует трёхзначных чисел, состоящих только из цифр 1, 2, 3, причём таких, где после двойки не стоит три?
 19. По условию матча между шахматистами А и В победителем считается тот, кто первый выиграет у противника три партии (не обязательно подряд). Ничьи исключаются. Сколькими способами может сложиться ход матча?
 20. Команда космического корабля “Поиск” должна состоять из командира, пилота и врача. Возможны три кандидата на пост командира, назовём их А1, А2, А3, три на пост пилота – В1, В2, В3 и два на пост врача – С1, С2, С3. При изучении вопроса о психологической совместимости членов экипажа выяснилось, что:
А1 несовместим с В2 и С1

А2 несовместим с В3

А3 несовместим с В3 и С2

В2 несовместим с С2

В3 несовместим с С1

Какой может быть команда корабля?

Логические задачи (смесь)

1. Из 40 учащихся класса 3 выписывают газету “Математика”, 21 – журнал “Квант”, 15 – и газету и журнал. Сколько учащихся не выписывают ни газету, ни журнал?
2. На озере расцвела одна лилия. Каждый день число цветков удваивалось, и на 20-й день всё озеро покрылось цветами. На который день покрылась цветами половина озера?
3. Кот Базилио пообещал Буратино открыть великую тайну, если он составит чудесный квадрат 6 на 6 из чисел +1, -1, 0 так, чтобы все суммы по строкам, по столбцам и по большим диагоналям были различны. Помогите Буратино.
4. Можно ли покрыть правильный треугольник двумя правильными треугольниками меньшего размера?
5. Двое кладут по очереди пятаки на круглый стол. Проигрывает тот, кто не сможет положить очередной пятак. Кто проигрывает?
6. Девять одинаковых книг стоят меньше 10 рублей, а 10 таких же книг стоят больше 11 рублей. Сколько стоит одна книга?
7. Докажите, что сумма любых двух последовательных нечётных чисел делится нацело на 4.
8. Может ли сумма четырёх последовательных натуральных чисел быть простым числом?
9. Из железного прута хотят сделать цепь либо в 80 звеньев, либо в 100 звеньев. Во втором случае каждое звено окажется на 5 грамм легче. Какова масса прута?
10. Узнайте, какие цифры обозначены буквами, если каждая буква означает лишь одну цифру.
11. Расставьте числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 в кружках так, чтобы сумма чисел на каждой стороне равнялась 20. А теперь переставьте их так, чтобы сумма равнялась 17.

12. Расположите 10 точек на 5 отрезках так, чтобы на каждом отрезке было по 4 точки.
13. Расположите 6 точек так, чтобы на каждом отрезке было по 3 точки.
14. Можно ли разрезать шахматную доску без противоположных угловых клеток на прямоугольники из двух клеток разных цветов?
15. Бидон ёмкостью в 10 литров наполнен молоком. Требуется перелить из этого бидона 5 литров в семилитровый бидон, используя при этом ещё один бидон, вмещающий в себя 3 литра. Как это сделать?
16. Сократите дробь 1) $\frac{37373737}{81818181}$ 2) $\frac{609609609}{205205205}$
17. отметьте в тетради 9 точек так, как показано на рисунке. Не отрывая карандаша от бумаги, проведите 4 отрезка так, чтобы они прошли через все 9 точек.
18. Число оканчивается цифрой 2. Если переставить эту цифру в начало числа, то число удвоится. Найдите это число.
19. В магазине было 6 разных ящиков с товаром в 15 кг, 16 кг, 18 кг, 19 кг, 20 кг, 31кг. Два покупателя взяли 5 ящиков. Один из них взял по массе в 2 раза больше, чем другой. Какой ящик остался в магазине? Какие ящики взял каждый покупатель?
20. Разрежьте различными способами квадратную доску на 2 равные части, не имеющие форму прямоугольника.
21. Крестьянка несла на базар в корзине яйца. Всадник случайно толкнул корзину, и все яйца разбились.
- Сколько у тебя было яиц? – спросил один.

- Не знаю, - ответила крестьянка. – Но помню, что когда я раскладывала их по 2, по 3, по 4, по 5, по 6, то каждый раз одно яйцо было лишним, а когда разложила по 7, то остатка не было. Сколько яиц было в корзине, если известно, что их было меньше?
22. Тома “Детской энциклопедии” стояли в таком порядке: 1, 2, 6, 10, 3, 8, 4, 7, 9, 5. Как поставить их по порядку, если можно брать два соседних тома

и ставить их, не меняя порядка, рядом на новое место (в начало, конец или между двумя томами)?
23. В соревнованиях по бегу участвовали 3 бегуна: Авдеев, Васильев, Семёнов. Перед забегом один зритель сказал, что первым придёт Авдеев, другой – что Семёнов не будет последним, а третий – что Васильев не придёт первым. После забега оказалось, что один зритель угадал, а два других ошиблись. Как закончились соревнования, если известно, что все три бегуна закончили бег в разное время?
24. Пригородная железная дорога разделена (по стоимости билетов) на 12 зон. Сколько видов билетов (различной стоимости) надо заготовить для этой железной дороги?
25. Начертите угол в 66° . С помощью циркуля и линейки разделите его на 11 равных частей.
26. Начерчен угол в 19° . С помощью циркуля и линейки разделите его на 19 равных частей.
27. найдите двузначное число, равное удвоенному произведению цифр.

Ответы.

Решение задач.

1) 37 2) нет 3) 317 4) 27 5) 512, 300, 212 6) 11 и 4 7) 130

Признаки делимости на 3, 9, 11, 19

3) 72135 или 72630 5) 507 8) нет 9) акробат = 2 ягнёнка

Признаки делимости

5) 42048, 42840 6) 665, 9, 73 7) 10, 25, 40 9) 15 10) 30 или 90 13) 492

14) 31, 62, 93

Решение задач с использованием признаков делимости

4) 301, 721, ... 5) 59 10) 10, 25, 40 12) нет 13) нет 14) 0, 8, 16, 24, 32, 40, 48 15) 35

Остатки

1) 60 2) 8, 16, 24, 32, 40, 48 4) 5 5) 308 или 368 6) 119 7) 85 8) 8

Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное

1) 72 и 120 2) 67 или 11 3) 11, 12, 13 4) 100, 260 5) 28 6) 65

Задачи на “движение”

2) 12 час 3) 125 км 4) 7ч 50 мин 5) 2 дня 6) 9/20

Задачи на части

1) в 4 раза 3) 6 км/ч 3) 36 км 4) 1/3 5) в 2,5 р 6) 72 7) 86 и 60 8) поровну 9) 42
10) 1 11) 30 12) 270 13) 7 и 4900

Решение задач на все действия с дробями

1) 4м 3) 10 мин 4) 1ч 12 мин 5) 6 6) 81 8) 28 9) 12/25 10) 3 12) 4 кг 13) 84

Подсчёт среднего арифметического

1) 160 2) 32 3) 1 кг 4) 20, 5, 15

Задачи на проценты

1) 231 2) 50 3) после снижения цены на 4% 4) дешевле 5) уменьшилось 6) 1р 50к 7) 20га 8) 8 9) 12, 16, 8, 4

Решение задач “методом с конца”

1) 7 2) 22, 14, 12 3) 1р 5к 4) 160 5) 30

Задачи на раскраску

1) да 8) Второй 9) Второй 10) 720 11) 120 12) 30 13) Нет 14) 8
15) Нет

Алгебраические задачи

1) 84 2) 3000 3) 1120км 4) 110 5) 41 6) 100 7) 5 и 10 8) ровесники,

им по 8 лет 9) 15 мин 10) 40 и 30 11) 14 и 12 12) 20 мин 13) 10, 30, 60 14) 5000 воробьёв, 900 голубей, 500 ворон, 3600 синиц 15) у Андрея – 2, у Бориса – 3, у Вади – 1, у Гены – 4 16) 4 17) Андрею – 7, Вове – 8, Гене – 9, Диме – 10 19) 30 велосипедов и 10 автомобилей 20) поросёнок 4 кг, ягнёнок – 5 кг 21) 8 22) 10 и 4 23) 8 24) 9 и 15 25) 141 26) 40 км пешком, 24 км на поезде, 120 км на автомашине 27) 24 дня 28) 8 29) 19 лет, 1964 30) Николай.

Десятичная запись натурального числа

2) 45 и 450 3) 454 и 45 4) 62 5) 278379 10) $a=3$, $b=9$, $c=9$, $d=1$ 11) 2
12) 12 13) 375 14) 506, 617, 728, 839, 950 15) 714285

Задачи на “бассейн”

1) 12 2) $\frac{1}{10}$ 3) 6 4) $\frac{1}{6}$ 5) 6 6) $\frac{5}{6}$ 7) $\frac{5}{24}$ 8) $\frac{11}{60}$ 9) $\frac{1}{6}$ 10) $\frac{7}{24}$
11) $\frac{46}{165}$ 12) $\frac{1}{8}$ 13) 2,4 ч 15) 6 16) 6 17) 6 18) 35 19) 11 20) $\frac{175}{5}$ 22) 30 23) 24

Решение уравнений в целых числах

3) тетрадей – 14, простых карандашей – 5, цветных карандашей – 1 4) 333 5) рыжие 6) нет 7) нет 8) 5 мужчин, 1 женщина, 6 детей

Неопределённые уравнения

3) один 5) нет 6) 1957 7) 60 и 40

Решение комбинаторных задач

1) 6 2) 16 3) 100 4) 16 5) 27 6) 2 7) 6 8) 129 9) 6 10) нет 11) да 12) 6720 15) 720
16) 21 17) 376992

Логические задачи (смесь)

1) 2 2) 19 5) первый 6) 1р 11к 9) 2 кг 14) нет 16) $\frac{37}{81}$, $\frac{609}{20}$
21) 301 24) 78 27) 36

Технологическая карта итогового занятия

“Прощай, математика!”

Информация: МОУ СОШ №2 с УИОП им. А.Жаркова г. Яранска Кировской области

Учитель: Ефремова Людмила Евгеньевна

Класс: 6Г (углублённое изучение математики)

Тема занятия: Решение логических задач.

Дидактическая цель: Создать условия для подведения итогов дополнительных занятий через решение логических задач.

Цели по содержанию:

Общеобразовательные: показать возможность применения математических вычислений и задач в жизненных ситуациях.

Развивающие: расширение кругозора учащихся, противодействие созданию определённых стереотипов, развитию логического мышления, смекалки, любознательности.

Воспитательные: Способствовать формированию навыков умственного труда.

Тип занятия: Развитие творческих способностей (по типологии ЛОО)

Методы: частично – поисковый, поисковый.

Формы организации познавательной деятельности: фронтальная работа, парная работа, индивидуальная работа.

Средства обучения: карточки с текстами задач.

Дополнительная литература:

1. Шевкин, А.В. Текстовые задачи [Текст] / А.В.Шевкин. - М.: Просвещение, 1997.
2. Костерина Н.П. Задачи повышенной трудности [Текст] / Н.П.Кострикова. - М.: Просвещение, 1986.
3. Поисковые задачи по математике [Текст] / М.: Просвещение, 1976г.
4. А.Я.Каннель – Белов. Как решают нестандартные задачи. / М.: МЦНМО, 1997г.
5. Газеты “Математика в школе”.
6. Журналы “Математика в школе”.

Модель занятия.

№	Этапы	Деятельность учителя	Деятельность ученика
1	Оргмомент	Учитель определяет готовность учащихся к занятию	Учащиеся готовятся к занятию
2	Мотивация и	Учитель предлагает выяснить, нужна ли человеку в жизни	Учащиеся высказывают своё мнение о данном

	целеполагание	математика и зачем? Отмечает, что для выполнения творческих заданий важно сначала усвоить информацию, знания, требующие осмысления	вопросе, опираясь на свой субъектный опыт.
3	Актуализация знаний и умений	1.Учитель “для приведения ума в порядок” предлагает несколько шуточных логических задач, решаемых устно. 2.Проверка домашней задачи на перемешивание.	Учащиеся отвечают на вопросы и проверяют домашнее задание.
4	Обобщение и систематизация знаний	1.Учитель предлагает учащимся решить логические задачи различными способами, помогает в поиске правильных ответов 2.Учитель проводит итоговый тест на решение логических задач	1. Учащиеся решают задачи самостоятельно или с помощью наводящих вопросов по мере своих возможностей. 2. Учащиеся выполняют тестовую работу, проверяют свои знания.
5	Рефлексия	Учитель предлагает каждому ученику сделать вывод о перспективах изучения математики	Учащиеся намечают перспективы своей работы на будущее

Приложение №1.

Решение логических задач.

1. Бидон ёмкостью 10 литров наполнен молоком. Требуется перелить из этого бидона 5 литров в семилитровый бидон, используя при этом ещё один бидон, вмещающий 3 литра. Как это сделать?
2. На озере расцвела лилия. Каждый день число цветков удваивалось, и на 20-й день всё озеро покрылось цветами. На какой день покрылась цветами половина озера?
3. Девять одинаковых книг стоят меньше 10 рублей, а 10 таких книг стоят больше 11 рублей. Сколько стоит одна книга?
4. Тома “Детской энциклопедии” стояли в таком порядке: 1,2,6,10,3,8,4,7,9,5. Как поставить их по порядку, если можно брать два соседних тома и ставить их, не меняя порядка, рядом на новое место (в начало, конец или между двумя томами)
5. Двое кладут по очереди пятаки на круглый стол. Проигрывает тот, кто не сможет положить очередной пятак. Кто проигрывает?
6. Разрежьте различными способами квадратную доску на 2 равные части, не имеющие форму прямоугольника. Найдите как можно больше способов.
7. Можно ли покрыть правильный треугольник двумя правильными треугольниками меньшего размера?
8. Можно ли начертить фигуру, не отрывая карандаш от бумаги?
9. “Ученики Пифагора”. Говорят, что на вопрос: “Сколько у него учеников?”, Пифагор ответил так: “Половина моих учеников изучают математику, четвертая часть изучает природу, седьмая часть проводит время в молчаливом размышлении, остальную часть составляют три девы”. Сколько учеников у Пифагора?
10. В клетке сидят сазаны и кролики. Всего 18 ног. Узнать, сколько тех и других.
11. Возьмите произвольно 3 различные цифры, кроме 0. Составьте из них всевозможные трёхзначные числа, сложите их и полученную сумму разделите на сумму первоначально взятых цифр. В результате получится 222. Почему?
12. У Лёвы 2 конверта: обычный и авиа и 3 марки: прямоугольная, квадратная и треугольная. Сколькими способами он может выбрать конверт и марку, чтобы отправить письмо?

Приложение №2

Считай, смекай, отгадывай

(итоговый тест)

1. У Змея Горыныча 2000 голов. Сказочный богатырь отрубил ему одним ударом меча 139 голов. На сколько голов теперь у Змея Горыныча больше, чем у богатыря?
1) 2020 2) 139 3) 1860 4) 1850 5) 1859
2. Какой цифрой заканчивается произведение $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 11 \cdot 12$?
1) 2 2) 8 3) 0 4) 1 5) 5
3. В течение суток $\frac{1}{4}$ времени кошка ест, а остальное время она спит. Сколько часов в сутки кошка спит?
1) 16 2) 18 3) 6 4) 12 5) 20

4. Петя старше Коли, который старше Миши, Маша старше Коли, а Даша Младше Пети, но старше Маши. Кто третий по возрасту?

1) Миша 2) Петя 3) Коля 4) Маша 5) Даша

Литература

1. Фарков, А.В. Математические олимпиады [Текст] / А.В.Фарков – М.: Экзамен, 2006.
2. Кострикова Н.П. Задачи повышенной трудности в курсе математики 5-6 классов [Текст] /Кострикова Н.П. – М.: Просвещение.
3. Поисковые задачи по математике [Текст]. Под редакцией Ю.М. Колягина. – М.: Просвещение, 1979.
4. Мерзляк А.Г. Неожиданный шаг или 113 красивых задач [Текст] / А.Г.Мерзляк. – К.: Агрофирма Александрия, 1993.
5. Газеты и журналы “Математика в школе”.